TakiAcademy
- www.takiacademy.com -

★★★★★★★★★

Mathématiques

★★★★★★★★★

Prof : Abbes Amor – Lycée Pilote Monastir

Section : 4éme Sc-Exp

Révision Bac 2019 : Sujet n° 08

Durée : 3 H 00 mn | **Date : 02/06/2019**

EXERCICE N°1 : 5 points

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. (Unité graphique 4 cm).

On désigne par θ un nombre réel tel que, $-\pi < \theta < \pi$.

On appelle *A*, *M* et *N* les points d'affixes respectives 1, $e^{i\theta}$ et $1+e^{i\theta}$.

On désigne par $\mathcal{C}$ le cercle de centre *O* et de rayon 1, et par $\mathcal{C}'$ le cercle de centre *A* et de rayon 1.

1) Tracer $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$, et placer *A*, *M* et *N* dans le cas où $\theta = \frac{\pi}{6}$.

2) Montrer que *N* appartient à $\mathcal{C}'$ et donner la nature du quadrilatère *OANM*.

Déterminer un argument de $1+e^{i\theta}$.

3) On pose $u = 1+e^{i\theta}$.

a) Montrer que u est solution dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $z^2 - 2(1+\cos\theta)z + 2(1+\cos\theta) = 0$.

En déduire la seconde solution de cette équation.

b) Quelles sont les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $z^2 - 3z + 3 = 0$?

4) On considère l'équation $(E) : z^2 - az + a = 0$ où *a* est un nombre réel tel que $0 < a \leq 4$.

On nomme *R* le point d'affixe *a*, et *T* le milieu de [*OR*].

La perpendiculaire à l'axe réel passant par *T* coupe $\mathcal{C}'$ en deux points *U* et *U'*.

Montrer que les affixes de *U* et de *U'* sont les solutions de (E).

EXERCICE N°2 : 4 points

Une urne contient 3 dés équilibrés. Deux d'entre eux sont verts et possèdent six faces numérotées de 1 à 6 et le troisième est rouge et possède deux faces numérotées 1 et quatre faces numérotées 6. On prend un dé au hasard de l'urne et on le lance. (Les résultats seront donnés sous forme de fractions). On considère les évènements suivants : V : " Le dé est vert ", R : " Le dé est rouge " et S_1 : " On obtient 6 au lancer du dé ".

1) On tire au hasard un dé de l'urne et on effectue un lancer de celui-ci.

a) Dresser et complété un arbre de probabilité décrivant la situation.

b) Calculer $p(S_1)$.

c) Sachant qu'on a obtenu le numéro 6 sur le dé lancé, calculer la probabilité qu'il soit rouge.

2) On tire au hasard un dé de l'urne puis on lance n fois de suite ce dé.

On désigne par S_n l'évènement : " On obtient 6 à chacun des n lancers ".

a) Exprimer $p(S_n)$ en fonction de n.

b) Pour tout entier naturel non nul n, on pose p_n la probabilité d'avoir tiré le dé rouge, sachant qu'on a obtenu le numéro 6 à chacun des n lancés. Montrer que $p_n = \dfrac{1}{2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 1}$.

c) Déterminer le plus petit entier naturel n_0 tel que pour tout $n \geq n_0$, $p_n \geq 0{,}999$.